

Ичкитидзе Юрий Роландович
доцент, к.э.н.
С-Петербургский Государственный Экономический Университет;
e-mail: ichkitidze@reflexivity.ru

Рефлексивная модель фондового рынка

Модель, представленная в данной статье, показывает условия возникновения двойственности равновесия между справедливой и рыночной ценами акции. Эти условия игнорируются в существующих методах оценки стоимости акций (Дамодаран, 2007. с. 851), что приводит к возникновению непредвиденной ошибки. Показанные в модели условия позволяют переосмыслить ряд общепринятых научных тезисов в области проблем динамики рыночных цен акций, фондовых пузырей, рационального принятия решений на фондовом рынке.

Ключевые слова: оценка стоимости акций, рыночное равновесие, фондовые пузыри, гипотеза эффективного рынка, поведенческие финансы

Ichkitidze Yury Rolandovich
docent, St-Petersburg State Economic University
e-mail: ichkitidze@reflexivity.ru

The Reflexive Model of the Stock Market

The model presented in this article shows appearance of double equilibrium conditions between fair and market stock price. The existing methods of valuation of stocks ignore these conditions (Damodaran A., 2007. p.851), leading to an unexpected error. Conditions presented in the model allow us to rethink some generally accepted states about stock-market price dynamics, stock-market bubbles, rational decision making on a stock-market.

Keywords: assessment of stocks value, market equilibrium, stock market bubbles, efficient market hypothesis, behavioral finance.

ВВЕДЕНИЕ

Для того чтобы переосмыслить общепринятый взгляд на проблему, и при этом не быть голословным, нам надо опереться либо на уникальный факт, который раньше не принимался во внимание, либо на доказанное

существование незамеченного ранее свойства системы, которое непротиворечиво вытекает из принятых научных моделей.

В данной статье к рассмотрению предлагается модель формирования цен акций, которая позволяет фундаментально обосновать (доказать), что ряд тезисов, составляющих основу научного мировоззрения по проблемам динамики рыночных цен акций, фондовых пузырей, принятия рациональных решений об инвестициях на фондовом рынке, для отдельных случаев является не верным.

К этим тезисам относятся следующие:

- Сегодняшняя стоимость рационально ожидаемых денежных потоков на акционерный капитал (справедливая цена акции) есть случайная величина, имеющая логнормальное распределение [8];
- Участники рынка¹, которые дестабилизируют ситуацию (способствуют отклонению рыночных цен от своих справедливых значений) несут убытки и, рано или поздно, будут вынуждены покинуть рынок. Сделки, которые позволяют делать деньги – это стабилизирующие спекуляции. [6];
- Спекуляции, которые приводят к продолжительному отклонению рыночных цен от своих справедливых значений, вызваны нерациональным поведением инвесторов (шумовая торговля) и ограниченным арбитражем. [1, 2, 4, 9];
- Стратегии положительной реакции (positive feedback investment strategies)², которых придерживаются инвесторы на фондовом рынке являются признаком их нерационального поведения. [3];
- Рост или падение рыночной цены акции в течение длительного времени объясняются стечением обстоятельств, допустимым в условиях модели

¹ Здесь и далее участники фондового рынка одно и то же, что инвесторы и трейдеры

² Стратегии, при которых инвестор увеличивает спрос на акцию с ростом рыночной цены, и сокращает спрос на акцию при ее снижении

случайного блуждания, а не наличием систематических смещений (устойчивых трендов)¹.

Далее в статье показывается, что в отдельных случаях, но не во всех², взамен указанных тезисов верными будут следующие утверждения:

- Сегодняшняя стоимость рационально ожидаемых денежных потоков на акционерный капитал (справедливая цена акции) может иметь двойственное равновесие, в результате чего логнормальность распределения нарушается.
- Участники рынка, которые способствуют отклонению рыночных цен от своих справедливых значений (дестабилизируют ситуацию), не просто имеют обоснованные шансы на успех, но их иррациональное поведение является гораздо более прибыльным, чем стабилизирующие спекуляции.
- Причинами спекуляций, которые приводят к продолжительному отклонению рыночных цен от своих справедливых значений, являются «невидимая рука рынка» и наличие потенциала импульса.
- Стратегии положительной реакции являются рациональными стратегиями, поскольку они полностью соответствуют функции оптимального спроса инвестора на акцию, выстроенной в соответствии с моделями рационального принятия решений³.
- Систематические смещения (устойчивые тренды) в рыночной цене акции это объективные процессы, которые возникают в силу наличия определенных закономерностей в механизме формирования рыночной цены акции при условии рационального поведения инвесторов. Объяснять устойчивые тренды сочетанием случайностей – непозволительное

¹ Это утверждение есть прямое следствие модели случайного блуждания, в частности, см. работу [5] в части дискуссии с работой [7].

² Если мы хотим действовать строго логически, не противореча принятым научным моделям, то мы должны начать с того, что рассмотренные выше тезисы будут опровергнуты в ряде случаев, но не во всех. Пересмотреть эти тезисы для более широкого числа случаев также возможно, но для этого необходим интерес к данному направлению исследований в научном мире.

³ Т.е. в принятии решений участники опираются на рациональные ожидания и классическую функцию ожидаемой полезности

упрощение. В более широком понимании вопроса, эти тренды – эволюционные процессы, происходящие на финансовых рынках.

Чтобы обосновать эти утверждения (доказать их) была построена соответствующая принципам рационального принятия решений модель, в которой показана ситуация двойственности равновесия рыночной и справедливой цены (рефлексивная модель). Эффект, за счет которого возникает двойственность – детально описан далее в статье. Так, не противореча существующей теории, обосновано рассмотрение новой ситуации, в условиях которой проведено исследование механизма формирования и динамики равновесной рыночной цены акции, из которого и следуют те утверждения, которые получились.

В статье рассматривается деятельность инновационной фирмы, которая только начинает свой бизнес и не имеет статистически подтвержденного потока доходов. Вместе с тем, перспективы ее развития, на уровне идей – положительно оцениваются всеми участниками фондового рынка (оценка рациональна), и требуют привлечения значительных объемов капитала. Показано, что двойственность равновесия рыночной и справедливой цены акции возникает при условии, что структура капитала фирмы (D/E) оценивается исходя из рыночной капитализации акций.

Ниже представлен ход построения модели, и доказательство основных выводов.

УСЛОВИЯ МОДЕЛИ

Рассмотрим деятельность фирмы, как последовательность простейших инвестиционных проектов. Простейший инвестпроект предполагает, что в начале временного периода t фирма осуществляет инвестиции в размере I_t , которые в будущем, на бесконечном промежутке времени будут приносить ей постоянный доход до выплаты процентов и налогов ($EBIT$) в размере $irr_t \cdot I_t$, где irr_t – заданная величина отдачи на инвестиции, распределенная случайно

в некотором интервале, но до момента запуска инвестпроекта не известная в достоверности исследователям.

Информация о значении irr_t становится доступной исследователям только по ходу реализации инвестпроекта, поэтому первоначально, вплоть до момента осуществления инвестиций, исследователи вынуждены оценивать ее экспертным путем. Только через некоторое время после начала инвестпроекта, появление статистики по нему позволит исследователям подтвердить или опровергнуть свою первоначальную экспертную оценку. Аналогичным образом, исследователи оценивают объем будущих инвестиций (I_t) - он становится достоверно известен только в начале периода t , до того исследователи формируют только экспертную оценку.

$EBIT$ фирмы, которая реализует одновременно несколько простейших инвестпроектов есть сумма $EBIT$ от всех осуществленных ранее инвестпроектов $EBIT_t = \sum_{k=1}^t irr_k \cdot I_k$. Для простоты оценки рисков, в данной модели будем полагать, что отдача по инвестпроектам не коррелирована как по периодам, так и по различным проектам.

Определив сегодняшнюю стоимость $EBIT$ фирмы как $PV(EBIT) = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{EBIT_t}{(1+r)^t}$, и учитывая, что $EBIT_t = \sum_{k=1}^t irr_k \cdot I_k$ видно, что $PV(EBIT)$ есть функция от объема осуществленных инвестиций (I_t) и эффективности инвестпроектов (irr_t).

Полученные доходы от инвестпроектов ($EBIT$ фирмы), фирма распределяет между акционерами (в виде выплачиваемых дивидендов), кредиторами (в виде расходов на обслуживание долга) и государством (в виде уплаты налога на прибыль). Собственный капитал фирмы состоит из N штук обыкновенных акций, ликвидных и свободно обращающихся на фондовом рынке. Финансирование инвестпроектов происходит за счет кредитов, при этом уровень процентной ставки по долгу фирмы (r_d) зависит

от уровня кредитного рычага фирмы (D/E), где D объем долга фирмы, а E – рыночная капитализация акций фирмы.

В этих условиях, необходимо определить справедливую цену акции фирмы, рассчитываемую как сегодняшнюю стоимость денежного потока на акционерный капитал¹.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ

Из условий модели следует, что расходы на обслуживание долга есть $r_d D$; если ставка налога на прибыль соответствует T , то налоговые платежи есть $T \cdot (EBIT - r_d D)$; а выплачиваемые акционерам дивиденды $(1 - T) \cdot (EBIT - r_d D)$.

Справедливая цена акций фирмы (P_{cnp}) в соответствии с моделью FCFE есть дисконтированная величина денежного потока на акционерный капитал:

$$P_{cnp} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(EBIT_i - r_{d_i} D_i) \cdot (1 - T)}{(1 + r)^i \cdot N} \quad (1)$$

где,

$EBIT_i$ - $EBIT$ фирмы в i -ый период ($EBIT_i = \sum_{k=1}^i irr_k \cdot I_k$, т.е. включает в себя $EBIT$ от всех реализованных к i -му периоду инвестпроектов)

r_{d_i} - процентная ставка по долгу фирмы установленная кредитором на i -ый период², рассчитываемая как $r_{d_i} = f\left(\frac{D_i}{E_i}\right)$, где E_i – рыночная капитализация акций фирмы на начало i -ого периода³. $E_i = P_{рын_i} \cdot N$.

¹ Используем стандартную модель FCFE для оценки справедливой цены акции

² Таким образом, полагаем, что фирма каждый год рефинансирует весь свой долг или же ставка процента плавающая. Это весьма существенное условие, которое приводит к возникающим в модели особенностям

³ Формула, с помощью которой мы оценивали процентную ставку по долгу фирмы с учетом риска ее дефолта обоснована в работе [12]. Речь идет о формуле $r_d = i + \frac{put \cdot (1 + i)}{D}$. Здесь r_d - процентная ставка по долгу фирмы с учетом риска ее дефолта; i - безрисковая процентная ставка; D - объем долга фирмы; put - стоимость

D_i - объем долга фирмы на начало i -го периода. Если фирма не сокращает объем долга за счет $EBIT$, тогда $D_i = \sum_{k=1}^i I_k$.

r - альтернативная процентная ставка

Примем, что ожидания инвестора рациональны, то есть формула (1) записана для рациональных ожиданий (оценка параметров I_t и irr_t не содержит в себе систематической ошибки).

На эффективном фондовом рынке справедливо следующее соотношение между сегодняшней рыночной ценой ($P_{рын}$) и ожидаемыми в будущем рыночными ценами ($P_{рын_i}; \forall i > 1$):

$$P_{рын} = \sum_{k=1}^{i-1} \frac{d_k}{(1+r)^k} + \frac{P_{рын_i}}{(1+r)^{i-1}}; \forall i > 1$$

здесь

r - альтернативная процентная ставка.

d_k - дивиденд, выплаченный фирмой в конце периода k

Чтобы избежать рутинных моментов, связанных с определением оптимальной дивидендной политики фирмы, примем, что d_k равно нулю, а весь денежный поток, генерируемый фирмой, инвестируется на финансовом рынке под ставку r . Тогда зависимость между $P_{рын}$ и $P_{рын_i}; \forall i > 1$ выглядит следующим образом:

$$P_{рын} = \frac{P_{рын_i}}{(1+r)^{i-1}}; \forall i > 1 \quad (2)$$

Подставляя формулу (2) в формулу для определения процентной ставки по долгу получим:

европейского опциона put на базовый актив V_0 (т.е. стоимость активов фирмы) с ценой исполнения опциона равной $D \cdot (1+i)$ и моментом исполнения через 1 год. При этом кредитору известна величина среднеквадратического отклонения (СКО) доходности на базовый актив, которая равна G . Каждый раз, в момент рефинансирования долга, фирма вновь покупает опцион put у кредитора.

$$r_{d_i} = f\left(\frac{D_i}{E_i}\right)$$

$$r_{d_i} = f\left(\frac{D_i}{P_{\text{рын}} \cdot N}\right)$$

$$r_{d_i} = f\left(\frac{D_i}{P_{\text{рын}} (1+r)^{i-1} \cdot N}\right) \quad (3)$$

Теперь, подставляя (3) в (1) получим

$$P_{\text{ср}} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(EBIT_i - f\left(\frac{D_i}{P_{\text{рын}} (1+r)^{i-1} \cdot N}\right) \cdot D_i) \cdot (1-T)}{(1+r)^i \cdot N} \quad (4)$$

Учитывая, что $EBIT_i$ это $EBIT_i = \sum_{k=1}^i irr_k \cdot I_k$, а $D_i = \sum_{k=1}^i I_k$, мы получили формулу для определения справедливой цены акции, из которой следует, что она является функцией от следующих переменных $N, T, r, P_{\text{рын}}, irr_k, I_k; \forall k \in [1; i]$. Первые три из них, а также $irr_k; \forall k \in [1; i]$ являются заданными параметрами модели. $P_{\text{рын}}$ - переменная, от которой мы будем в дальнейшем исследовать зависимость $P_{\text{ср}}$. Остается понять, что же такое $I_k; \forall k \in [1; i]$?

Решение об объеме инвестиций $I_k; \forall k \in [1; i]$ принимает менеджмент фирмы в начале периода k , придерживаясь принципа максимизации стоимости акционерного капитала. Тогда справедливым выглядит критерий:

$$NPV = -I_k + \frac{irr_k \cdot I}{r_{d_k}} > 0$$

Следовательно,

$$I_k = \begin{cases} 0, & \text{если } r_{d_k} \geq irr_k \\ I_{k_возм}, & \text{если } r_{d_k} < irr_k \end{cases} \quad (5)$$

где

$I_{k_возм}$ - инвестиционные возможности, имеющиеся у фирмы в начале периода k ;

I_k - объем инвестиций, осуществленный фирмой в начале периода k .

Поскольку по условиям модели процентная ставка по долгу фирмы (r_{d_k}) есть функция от рыночной цены акции (см. формулу 3), то объем инвестиций (I_k) – также является функцией от $P_{рын.}$ При этом, пороговому значению r_{d_k} , приводящему к росту I_k до уровня $I_{к_возм}$ соответствует пороговое значение $P_{рын.}$ Смоделированный вид функции I_k от $P_{рын.}$ для параметров $irr=0.09$, $I_{к_возм}=17000$, $N=100$, $r=0.05$, риск отдачи на активы фирмы $G=0.3$ (используется при оценке r_{d_k}), представлен на рис. 1.

Этот пороговый уровень рыночной цены акции, после которого инвестиционные возможности реализуются – является особенностью модели, существенно влияющей на результат¹.

Итак, характеризуя задачу нахождения оптимального объема инвестиции в условиях данной модели, мы приходим к выводу, что объем инвестиций это некоторая функция от рыночной цены акций, которая имеет один пороговый уровень (как показано на рис. 1).

¹ Справедливость использования этого порогового уровня в модели можно попробовать оспорить. Например, если рассмотреть такую же оптимизационную задачу, но применительно к исходному условию, что $irr_k = \square(I_k)$, где \square - возрастающая, вогнутая функция, то оптимальное решение (I_k^*) определяется из условия $\square'(I_k^*) = r_{d_k}$. В этом случае, порогового уровня в функции объема инвестиций от рыночной цены акции не наблюдается. Можно ли сказать, что этот пороговый уровень существует на практике? Ситуация, когда менеджмент фирмы откажется от осуществления инвестиций (отложит инвестиции на будущее) по причине неблагоприятной конъюнктуры на финансовом рынке выглядит вполне вероятной. При этом, возможно какие-то инвестиции будут осуществлены, но в объеме, гораздо меньшем чем могло бы быть. Точно то, что на практике каждый процент изменения рыночной цены не приведет к изменению решения об инвестициях, т.е. непрерывной функции точно не будет. Скорее всего, есть некоторая ступенчатая зависимость объема инвестиций от рыночной цены акции в которой присутствует не один, а несколько пороговых уровней.

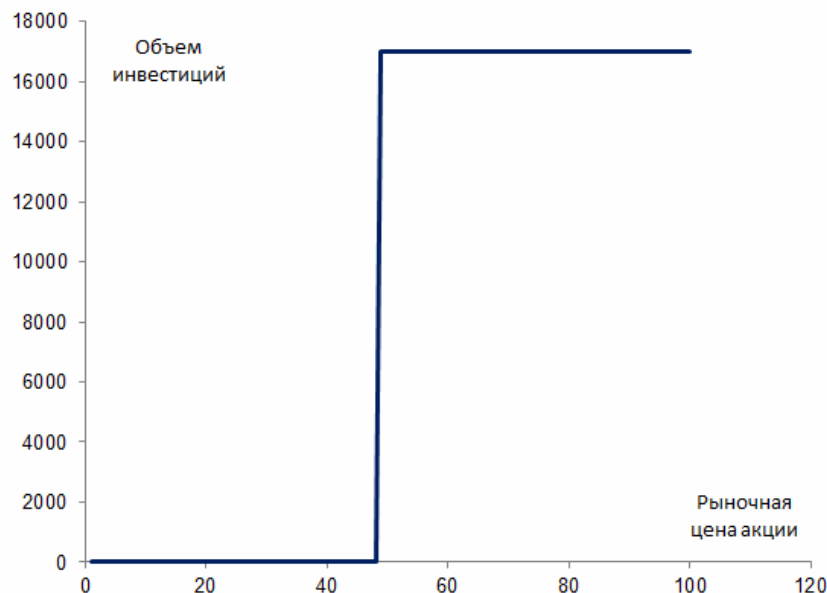


Рис 1. Зависимость объема осуществленных инвестиций от рыночной цены акции

Теперь, анализируя уравнение (4) для определения справедливой цены акции, мы можем увидеть, что оно определено для заданных параметров $N, T, r, irr_k; \forall k \in [1; i]$, объем инвестиций $I_k; \forall k \in [1; i]$ находится из решения оптимизационной задачи с теми же параметрами, и еще остается переменная $P_{рын}$, которая влияет как напрямую на $P_{спр}$, так и на $I_k; \forall k \in [1; i]$, а через нее косвенно еще и на $P_{спр}$.

Опираясь на предложенную модель, проведем исследование функции справедливой цены акции в зависимости от своей рыночной цены.

РЕШЕНИЕ В EXCEL

Исследование функции справедливой цены акции в зависимости от своей рыночной цены (формула 4) удобнее всего провести в Excel, но для этого нам понадобится сделать следующие, не искажающие сути модели, допущения:

- Фирма осуществляет деятельность не на бесконечном периоде времени, а в течение 101 года;
- Справедливо учесть тот факт, что в случае, если $r_{d_k} > r$, то оптимальным решением для фирмы является направить

сгенерированный денежный поток на погашение долга. Т.е. мы вводим дополнительное условие: если $r_{d_k} > r$, то $D_k = D_{k-1} + I_k - (1-T)(EBIT_{k-1} - r_{d_{k-1}} \cdot D_{k-1})$, иначе $D_k = D_{k-1} + I_k$. Эту поправку, соответственно, мы учитываем при расчете денежного потока на акционерный капитал.

Модель с учетом этих двух поправок представлена в файле «reflexivity_model.xlsm» на листе «1»¹. Ниже представлено краткое описание файла.

- Столбец «А» - годы с 1 по 101 год.
- Столбец «В» - исходные данные по irr_k .
- Столбец «С» - исходные данные по $I_{k_возм}$.
- Столбцы «D»-«H» - описывают принятие решения об оптимальном объеме инвестиций I_k .
- Столбец «I» - объем долга фирмы D_k .
- Столбец «J» - процентная ставка по долгу фирмы r_{d_k} .
- Столбец «K» - $EBIT_k$ фирмы.
- Столбец «L» - $(1-T)(EBIT_k - r_{d_k} \cdot D_k)$ - денежный поток после уплаты налогов и процентов по кредитам.
- Столбец «M» - $FCFE_k$ – денежный поток на акционерный капитал.
- Столбец «N» - $PV(FCFE_k)$ – сегодняшняя стоимость денежного потока на акционерный капитал .
- Ячейки O1:P6 – исходные данные
- Ячейка P8 – рыночная цена
- Ячейка P9 – справедливая цена в соответствии с моделью FCFE
- Ячейка P13 – целевая функция для определения равновесного уровня рыночной цены².

¹ Скачать файл можно с сайта www.reflexivity.ru

² Работа с файлом. Запускаем макрос «qwerty» и на листе «2» получаем зависимость $P_{ср}$ от $P_{рын}$. Чтобы найти точное равновесие, ставим в ячейку с рыночной ценой примерное значение равновесия и запускаем «поиск решения».

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Результаты проведенного исследования функции справедливой цены акции в зависимости ее рыночной цены представлены ниже.

1. Исследование чистой модели.

Чистая модель подразумевает, что фирма осуществляет постоянные ежегодные инвестиции в размере I_k под постоянную доходность irr_k на протяжении 101 года. На рис. 2.А. представлена функция справедливой цены акций для параметра $I_k = 4000$ при различных значениях irr_k . На рис 2.Б представлена функция справедливой цены акции для различного объема инвестиций (I_k) при $irr_k = 0.075$.¹

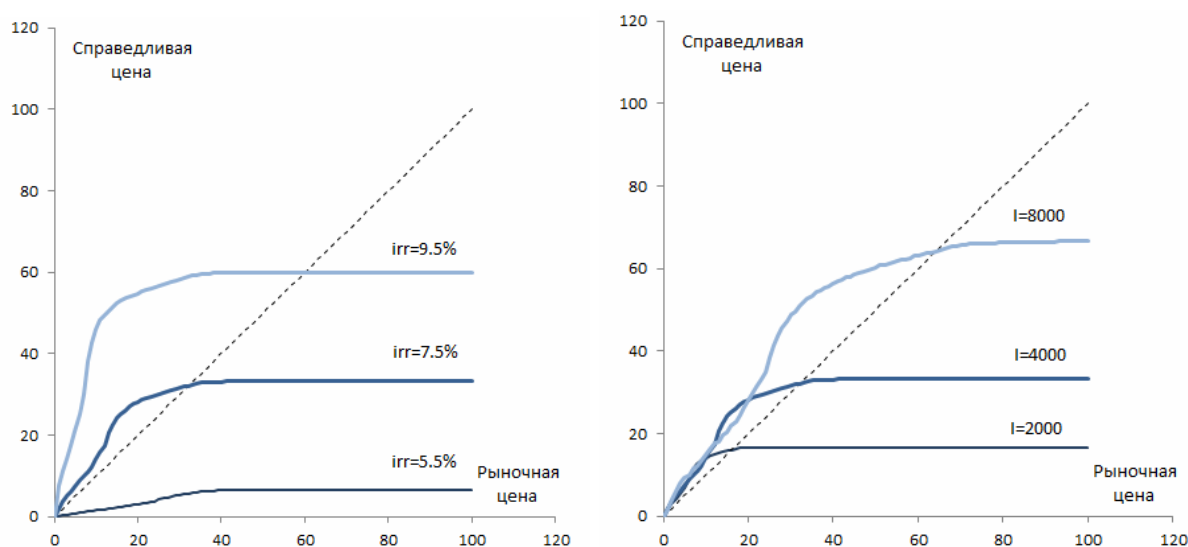


Рис 2.А – 2.Б. Зависимость справедливой цены от рыночной при различных значениях I_k и irr_k

Во всех рассмотренных случаях наблюдается единственное равновесие рыночной и справедливой цены акции, те ситуации, где вторым равновесием является точка $(0,0)$, не представляют большого интереса, т.к. это равновесие не устойчиво.

2. Введение начальных условий.

Чистая модель предполагает, что фирма начинает осуществлять инвестиции с начала первого периода (нулевого момента), не имея иных

¹ Здесь и далее использованы следующие значения параметров модели $N=1000$, $r=0.05$, $T=0.2$, $G=0.3$.

доходов, приносящих прибыль. Другими словами, в чистой модели рассматривается ситуация, когда фирма начинает бизнес с нуля. Для большинства фирм это не совсем справедливо, поскольку обычно деятельность, приносящая доход, уже ведется, и инвестиции привлекаются только под расширение (в случае рассматриваемой модели – под существенное расширение) бизнеса. Введем в рассмотрение эти начальные условия, которые опишем как ежегодный *EBIT* на бесконечном промежутке времени в размере *106 д.е.*. Результаты исследования функции справедливой цены в зависимости от рыночной цены при таких начальных условиях представлены на рис 3.А-3.Б.

На рис. 3.А. и 3.Б. представлены те же функции что и на рис. 2.А. и 2.Б. только при введении начальных условий.

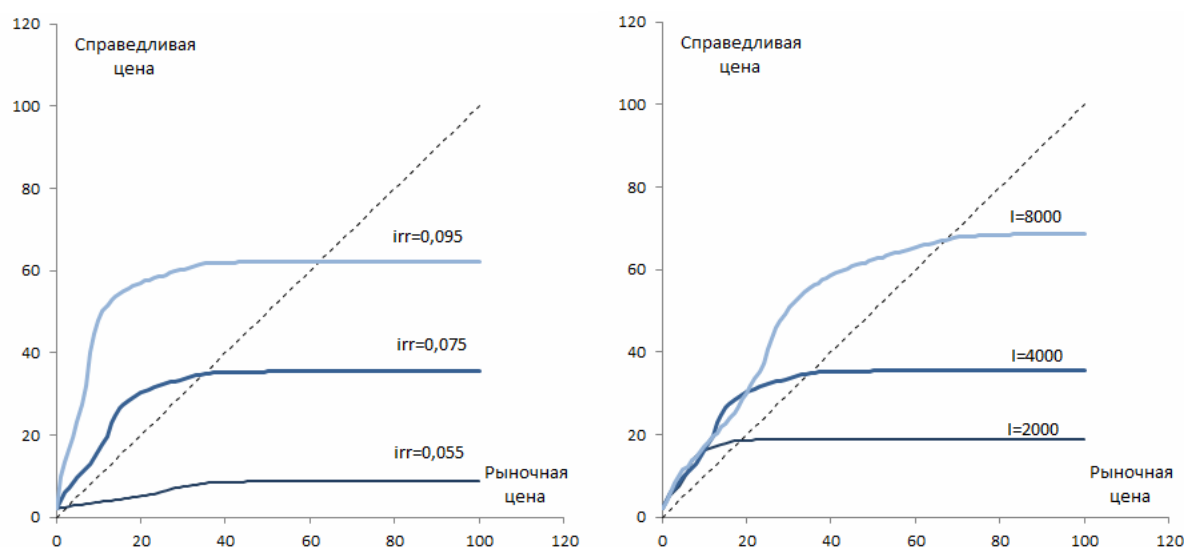


Рис 3.А – 3.Б. Зависимость справедливой цены от рыночной при различных значениях I_k и irr_k при введении начальных условий

Видно, что при добавлении начальных условий, функция справедливой цены акции приподнимается вверх, а неустойчивое равновесие в точке $[0;0]$ исчезает.

3. Инновационный прорыв с начальными условиями

Как правило, фирмы не имеют возможности постоянно и значительно расширять свой бизнес с помощью инвестиций в течение очень длительного периода (101 год). Потребность в значительном расширении деятельности

обусловлена инновационным прорывом, а инвестиционная активность фирм сохраняется в течение периода расширения делового цикла, т.е. в течение 6-10 лет. Исследуем функцию справедливой цены акции в зависимости от рыночной цены для такого случая – инновационного прорыва с начальными условиями.

Говоря другими словами, в данном случае фирма осуществляет постоянные ежегодные инвестиции в размере I_k под постоянную доходность irr_k на протяжении не 101 периода как ранее, а лишь на протяжении сроков инновационного прорыва (в рассматриваемом случае не более 10 лет). Во все последующие временные периоды инвестиции равны нулю¹. Другие условия остаются такими же, как и в предыдущем случае.

На рис 4.А. представлена функция справедливой цены акции при 10-ти летнем инновационном прорыве с $irr_k=0.075$ и различным объемом инвестиций. На рис 4.Б. представлена функция справедливой цены при 10-ти летнем инновационном прорыве с теми же объемами инвестиций, но при $irr_k=0.095$.

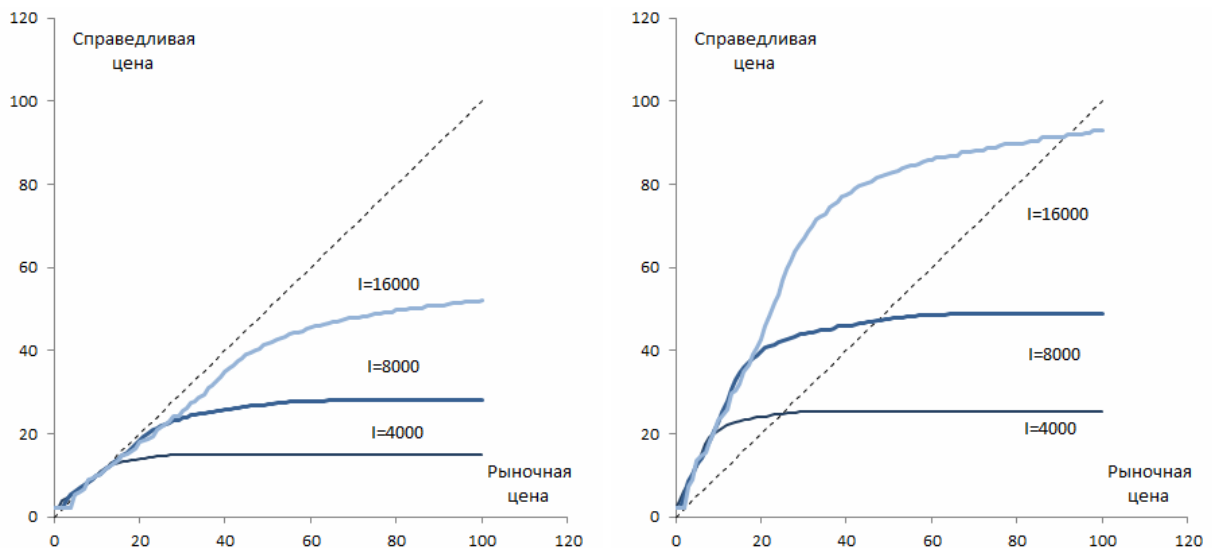


Рис 4.А – 4.Б. Зависимость справедливой цены от рыночной при различных значениях I_k и irr_k в условиях 10-ти летнего инновационного прорыва

¹ Уточним, что поскольку в модели игнорируется амортизация, то *чистые* инвестиции равны нулю

Уже на этих рисунках можно увидеть, что **увеличение объема инвестиций приводит к возникновению двойственного равновесия**. При $irr_k=0.075$ и $I_k=16000$ первое равновесие достигается при уровне рыночной цены 2,12, второе равновесие – в 9,99. При $irr_k=0.095$ и $I_k=16000$ первое равновесие также достигается на уровне 2,12, а второе равновесие – на уровне 91,48.

На рис 5 мы уменьшим длительность инновационного прорыва с 10-ти лет до 5-ти лет, а также увеличим объемы инвестиций. Значение irr_k оставим на уровне 0.095. Двойственность равновесия становится четко выражена при $I_k=32000$. Первое равновесие наблюдается в точке 2,12, второе равновесие в точке 101,28.

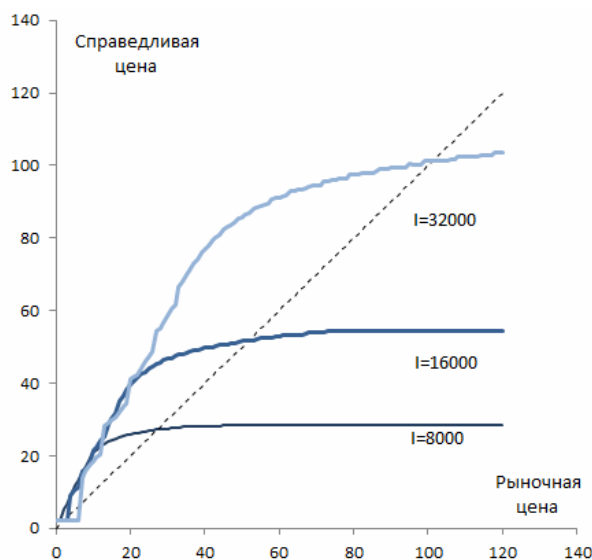


Рис 5. Возникновение двойственности равновесия при 5-ти летнем инновационном прорыве и $I_k=32000$

Видно, что двойственность равновесия возникает при сокращении длительности инновационного прорыва¹, при повышении объема требуемых инвестиций относительно начальных условий деятельности фирмы, при некотором среднем (не высоком и не низком) уровне отдачи на инвестиции

¹ В случае чистой модели и чистой модели с начальными условиями, двойственности равновесия не возникало т.к. там, по сути, рассматривался инновационный прорыв длительностью 101 период.

irr_k (при низком, равновесие будет ближе к нижней точке, при высоком – ближе к верхней точке, при среднем же irr_k – равновесие будет двойственно).

Природа возникновения двойственности равновесия в данной модели состоит в том, что рыночные условия влияют на решения об инвестициях, потому что рыночная цена акций является залогом под инвестиции (инвестиции осуществляются за счет кредита, а процентная ставка по кредиту зависит от соотношения D/E , где оценка E опирается на оценку рыночной цены акции). В результате этого эффекта, возникает ситуация, когда при низких рыночных ценах акций инвестиции не осуществляются, т.к. стоимость заемных ресурсов становится слишком высокой. Поскольку длительность инновационного прорыва ограничена, то упустив возможность осуществить инвестиции по причине низкой рыночной цены акции, фирма не может нагнать «уходящий поезд» и восстановить потерянную стоимость. При невысоком объеме инвестиций, влияние рыночной цены акции на уровень процентной ставки по долгу – небольшое, при большом же объеме инвестиции, роль рыночной цены акции в принятии решения об осуществлении/неосуществлении фирмой инвестиций становится определяющей. Поэтому при больших объемах инвестиций и проявляется эффект двойственности равновесия.

4. Инновационный прорыв с начальными условиями и учетом опциона на развитие

В проведенном выше исследовании, мы не учитывали тот факт, что у нас есть право инвестировать в будущем, но не обязательство. Этот факт никак не влияет на значение справедливой цены акции в том случае, если рациональная оценка величины irr_k постоянна во времени¹, т.к. в таком случае цена права соответствует цене обязательства, но если мы учтем, что рациональная оценка irr_k изменчива во времени с некоторым риском, мы должны внести коррективы. В таком случае, мы должны оценить

¹ Имеет нулевой риск

справедливую стоимость акции с учетом опциона на развитие (follow-on project). Тогда формула (1) для расчета справедливой цены акции модифицируется следующим образом:

$$P_{cnp} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(1-T)(EBIT_i - r_{d_i} D_i)}{(1+r)^i \cdot N} + call \cdot \frac{1}{N} \quad (6)$$

Здесь

$EBIT_i$ - прибыль фирмы до налогообложения с учетом оптимальной инвестиционной стратегии фирмы, без учета прибыли от тех инвестиционных проектов, на которые у нас возникает право.

$r_{d_i} D_i$ - расходы на обслуживание долга с учетом оптимальной инвестиционной стратегии фирмы.

$call$ - цена опциона call на базовый актив с сегодняшней стоимостью равной PV отдачи на будущие инвестиции и ценой исполнения равной объему будущих инвестиций.

Для конкретики, рассмотрим следующую ситуацию. Возникший инновационный прорыв требует ежегодных инвестиций в новую технологию в течение первых трех лет в размере I_1, I_2, I_3 под irr_1, irr_2, irr_3 . Только при условии осуществления всех этих инвестиций в полном объеме (обязательные инвестиции, чтобы право на продолжение проекта возникло), в периоды 4-9 существует возможность осуществления инвестиций в объеме $I_k, k \in [4;9]$ под $irr_k, k \in [4;9]$ ¹. Оценка величины $irr_k, k \in [4;9]$ рациональна (имеет нормальное распределение), но содержит в себе некоторый риск. Таким образом, при осуществлении всех инвестиций в периоды 1-3 у нас появляется **право** купить базовый актив сегодняшней стоимостью

¹ Таким образом, введены условия, когда освоение новой технологии возможно только в первые три года, впоследствии, выход на развивающийся инновационный рынок уже не возможен.

$$V = \sum_{i=4}^8 \frac{\sum_{k=4}^i I_k \cdot irr_k}{(1+r)^i} + \frac{\sum_{k=4}^9 I_k \cdot irr_k}{r \cdot (1+r)^8}$$
 по цене исполнения $E = \sum_{i=4}^9 \frac{I_i}{(1+r)^{i-4}}$, стоимость которого мы оцениваем с помощью опциона call¹.

Алгоритм решения этой задачи следующий. При заданной рыночной цене акции, фирме надо выбрать свою оптимальную инвестиционную стратегию. В указанной ситуации возможны 10 различных инвестиционных стратегий (см. файл reflexivity_model.xlsx лист «опцион на развитие»). Для каждой стратегии оценивается максимальное значение P_{cnp} , и выбирается та стратегия, при которой P_{cnp} будет наибольшим. Это наибольшее P_{cnp} и будет справедливой ценой акции для заданного значения рыночной цены. Перебирая все рыночные цены, получаем функцию справедливой цены акции от рыночной цены, которая и есть результат нашего исследования.

Произведем расчеты по данному алгоритму. На рис 6.А. представлены результаты для объемов инвестиций $I_k=2000, k \in [1;3]$ и $I_k=4000, k \in [4;9]$ при различных значениях irr_k (постоянных в течение 1-9 периода).

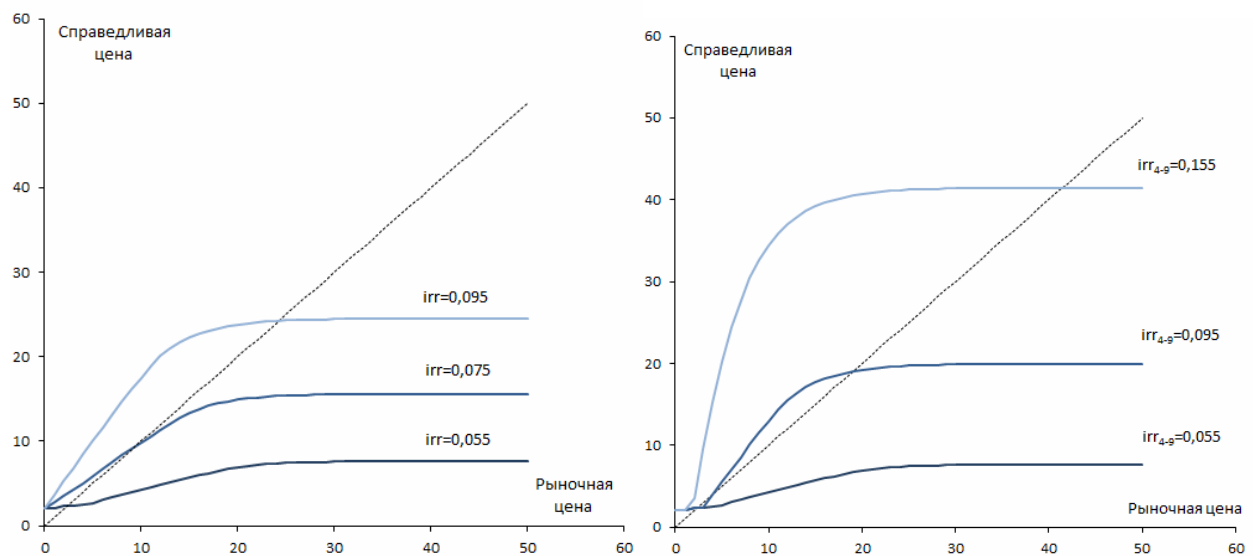


Рис 6.А – 6.Б. Зависимость справедливой цены от рыночной при различных значениях I_k и irr_k с учетом опциона на развитие

¹ СКО доходности базового актива оценим как $G=0.3$.

На рис 6.Б. представлены результаты для тех же объемов инвестиций, но при разных irr_k в 4-9 периоды. Т.е. $irr_k=0.055$, для $k \in [1;3]$, а для $k \in [4;9]$ $irr_k=0.055$, затем $irr_k=0.095$, затем $irr_k=0.155$. Видно, что при невысоком значении irr_k , $k \in [4;9]$ наблюдается равновесие в нижней точке, затем при повышении irr_k возникает четко выраженная двойственность равновесия, при дальнейшем увеличении irr_k , $k \in [4;9]$ равновесие становится опять единственно, но уже в верхней точке.

На рис 7 представлена очевидная двойственность равновесия для случая $irr_k=0.035$, для $k \in [1;3]$ и $irr_k=0.095$, для $k \in [4;9]$ при тех же объемах инвестиций.

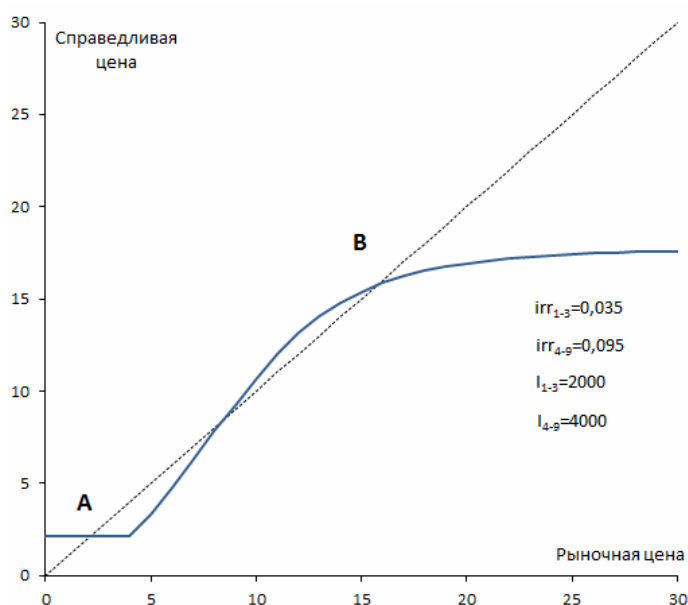


Рис 7. Возникновение двойственности равновесия с учетом опциона на развитие

Таким образом, оценив справедливую цену акции с помощью опциона на развитие, мы вновь получили ситуацию с двойственностью равновесия. Выводы о причинах возникновения такой ситуации, сделанные в предыдущем пункте исследования, остаются справедливыми. Случай с рис. 7 показывает нам, что двойственность равновесия может наблюдаться в тот момент, когда осуществляемые сейчас инвестиции могут быть не эффективными (их $NPV < 0$), но поскольку они необходимы для выхода на

развивающийся инновационный рынок, то их окупаемость объясняется высокой отдачей на инвестиции будущих периодов.

5. Чувствительность равновесия к точности оценки параметров

Исследуем чувствительность равновесия к оценке irr_k . Будем опираться на ситуацию, когда при оценке справедливой цены акции мы учитываем опцион на развитие. Ожидается, что небольшая погрешность в оценке параметра irr_k будет приводить к большим изменениям точки равновесия.

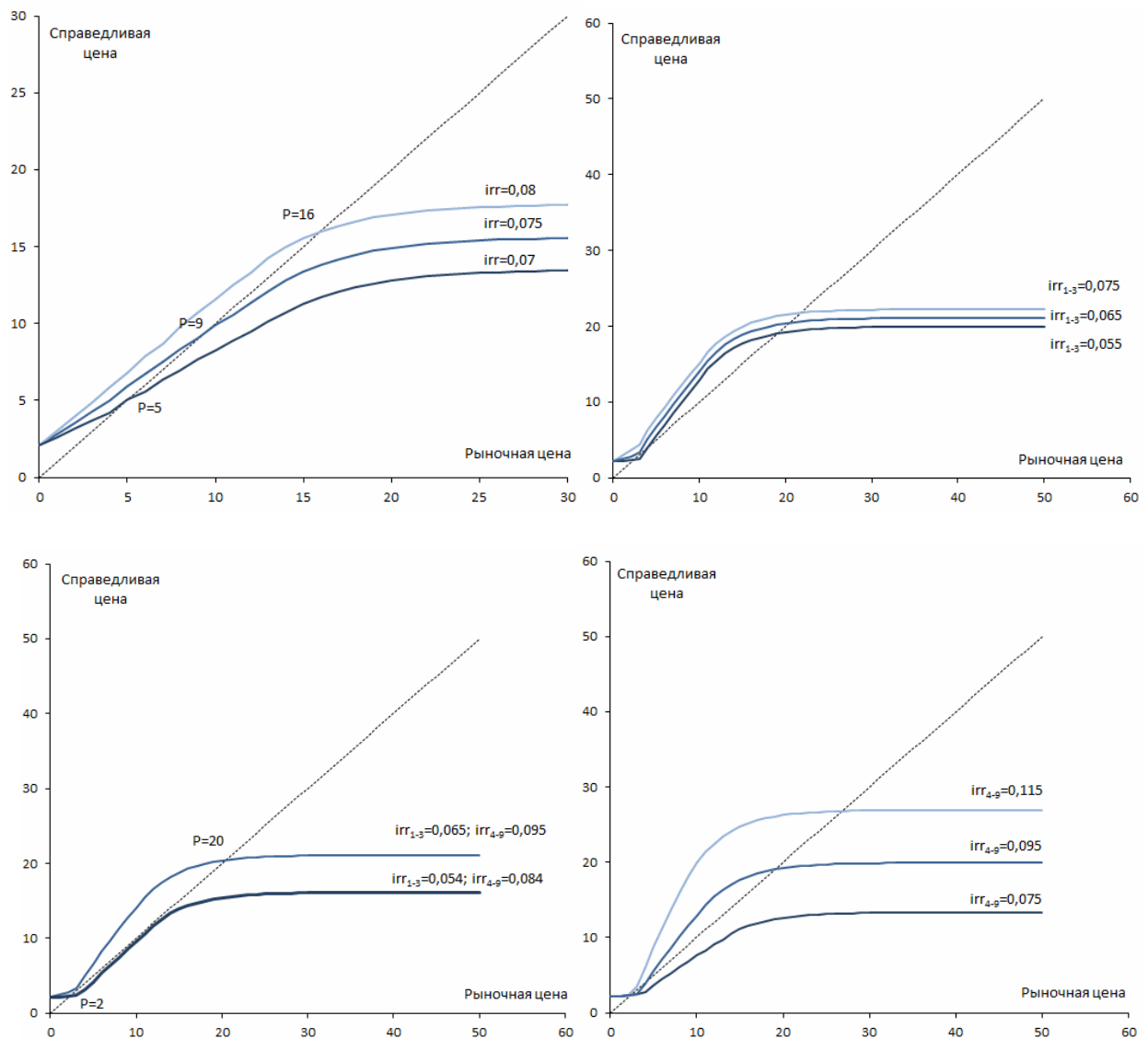


Рис 8.А. – 8.Г. Чувствительность равновесия к изменению параметра irr_k

Рассмотрим ситуацию с единственностью равновесия. Пусть средняя ожидаемая оценка irr_k , для $k \in [1,9]$ составит: 5.5%, 7.5% и 9.5% с

погрешностью 0.5%. Получим, что для средней оценки $irr_k=0.055$ равновесная цена колеблется от 2.12 до 2.5, а для $irr_k=0.095$ равновесная цена акции лежит в диапазоне от 21.5 до 26.5. Наибольшая чувствительность равновесной цены достигается при $irr_k=0.075$, в этом случае равновесная цена находится в диапазоне от 5 до 16 д.е. (см. рис. 8.А.)¹.

На рис 8.Б. представлена ситуация когда среднее ожидаемое irr_k для $k \in [1,3]$ равно 6.5% с погрешностью 1%, а irr_k для $k \in [4,9]$ равно 9,5%. В случае $irr_k=0.055$, для $k \in [1,3]$ появляется точка второго равновесия.

Особенно интересная ситуация представлена на рис 8.В. Погрешность в оценке irr_k для $k \in [1,9]$ составляет лишь 1.1%, но равновесная цена перескакивает с 20 д.е. до 2 д.е., т.е. на 90%!

На рис 8.Г. irr_k для $k \in [1,3]$ равно 5.5%, а средний ожидаемый irr_k для $k \in [4,9]$ равен 9.5% с погрешностью 2%. Видно, что двойственность равновесия перетекает в единственность равновесия, как при повышении оценки, так и при ее понижении.

Таким образом, анализ чувствительности показывает, что в данной модели наблюдается не только двойственность равновесия, но также значительная погрешность в оценке равновесной цены акции при небольшой (нормальной) погрешности в оценке irr_k . Как же тут действовать разумному инвестору, если степень неопределенности фундаментального анализа настолько высока, что он попросту становится непригодным?

ВЫВОДЫ

Самуэльсон в 1973 году показал, что правильно дисконтированная сегодняшняя стоимость активов будет иметь логнормальное распределение. Этот вывод, явился важным теоретическим обоснованием гипотезы эффективного рынка и модели случайного блуждания рыночной цены акции. Модель, предложенная в данной статье, показывает, что анализ Самуэльсона,

¹ Все расчеты см. в файле «reflexivity_model.xlsm» на листе «погрешность оценки»

основанный на дисконтировании рационально ожидаемых денежных потоков на акционерный капитал не учитывает важный эффект, имеющий место в действительности - воздействие рыночной цены акции на процентную ставку по долгу фирмы и оптимальный объем инвестиций. В некоторых случаях этот эффект не оказывает существенного воздействия на ситуацию, но в данной статье показаны условия, когда игнорировать этот эффект нельзя. Именно из-за его наличия вместо единственности равновесия рыночной и справедливой цены акции возникает ситуация двойственности равновесия, при которой выводы Самуэльсона оказываются недостаточным. Этот эффект является особенностью модели, и способен поставить под сомнение теоретическое обоснование применимости гипотезы эффективного рынка и модели случайного блуждания для описания динамики рыночной цены акции.

Модель, в которой наблюдается двойственность равновесия рыночной и справедливой цены акции, предлагается назвать «рефлексивной», т.е. самоотображающейся, опираясь на терминологию Дж. Сороса, который первым в истории указал на то, что справедливая цена акции зависит от ее рыночной цены¹.

¹ Вот что пишет Сорос по этому поводу: «Важный момент в этом [фундаментального анализа] подходе заключается в том, что связь между котировками акций и компаниями, чьи акции продаются на рынке считается односторонней. Богатства компаний определяют – хотя и с опозданием – относительную ценность различных акций, продающихся на фондовом рынке. Возможность того, что изменения на фондовом рынке могут повлиять на богатства компаний, оставлена без внимания. Здесь прослеживается четкая параллель с теорией цен, где относительное количество потребляемых товаров определяется кривой безразличия, а возможностью того, что рынок может повлиять на кривую безразличия пренебрегают. Эта параллель не случайна: фундаменталистский подход основан на теории цен, но упущение последнего фактора сильнее высвечивается на фондовом рынке, чем на иных рынках. Котировки на фондовом рынке напрямую влияют на ценности лежащие в их основе: через продажу и выкуп акций, опционов, а также через возможные корпоративные операции: слияние и приобретение компаний, переход в открытую форму, переход в закрытую форму и т.п. Существуют также и более тонкие пути влияния котировок на фондовом рынке на состояние компании: рейтинг кредитоспособности, отношение клиентуры, доверие к управляющему персоналу и т.д. Влияние этих факторов на котировки акций, безусловно, признается; но фундаменталистский подход странным образом игнорирует влияние котировок акций на эти факторы.» [10]

На рисунке 9 представлен основной результат рассмотренной модели. Ситуация, описываемая функцией 1, наблюдается при невысоком уровне отдачи на инвестиций (irr_t близко к альтернативной ставке). С повышением отдачи на инвестиции, ситуация уже описывается функцией 2. При достижении уровнем irr_t определенного порога, возникает двойственность равновесия (функция 3), а модель становится рефлексивной. При дальнейшем росте отдачи на инвестиции, вновь возникает ситуация с единственностью равновесия (функция 4).

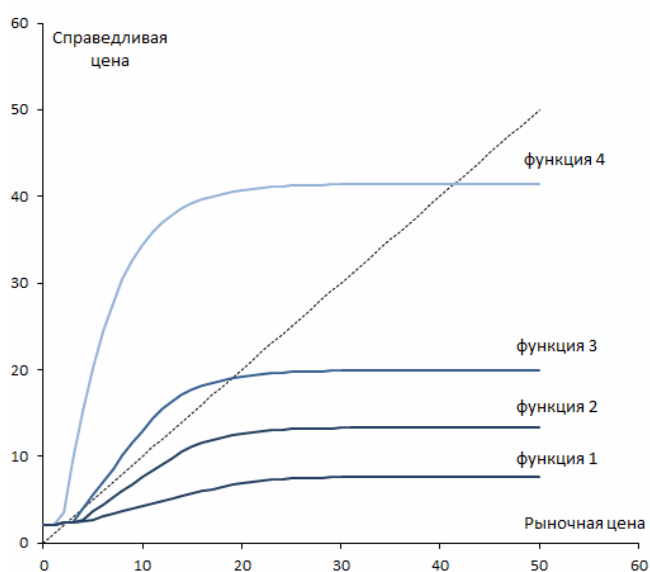


Рис 9. Зависимость справедливой цены акции от рыночной цены (результат модели)

Очевидно, что величина отдачи на инвестиции (irr_t) является управляющим параметром, который способен обычную модель с единственностью равновесия превратить в рефлексивную модель.

Двойственность равновесия в рефлексивной модели означает двойственность аттракторов для рыночной цены акции. Поскольку рыночная цена акции определяется в результате взаимодействия спроса и предложения инвесторов и на каждый момент времени она единственна (однозначно определена), то в результате рыночных торгов инвесторы определяют ту или иную траекторию рыночной цены. Будет ли она сходиться к одному из аттракторов или будет осциллировать между ними? Это предстоит выяснить

дополнительно. Точно можно сказать лишь то, что доказав низкую значимость справедливой цены акции для определения динамики рыночной цены, многие стереотипы, связанные с оптимальным поведением инвесторов на фондовом рынке, должны быть переосмыслены.

Как было сказано во введении, пересмотру подлежат пять общепринятых научных тезисов. В данный момент, мы обосновали необходимость пересмотра одного из них (первого), но заложили почву для пересмотра остальных четырех. Из-за того, что статья получается объемной, было принято решение разбить ее на две части. Во второй части [статья «Рыночные торги акцией в условиях рефлексивной модели»] будут приведены основания для пересмотра оставшихся четырех тезисов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. De Long, J.B., et al. The size and Incidence of the Losses from Noise Trading // Journal of finance, Vol. 44, 1989, pp. 681-696.
2. De Long, J.B., et al. Noise trader risk in financial markets // Robert J. Waldmann Source: The Journal of Political Economy, Vol. 98, No. 4 (Aug., 1990), pp. 703-738
3. De Long, J.B., et al. Positive Feedback Investment Strategies and Destabilizing Rational Speculation // Journal of finance, Vol. 45, 1990, pp. 379-395.
4. De Long, J.B., et al. The survival of noise traders in financial markets // The Journal of Business, University of Chicago Press, vol. 64(1), 1991, pages 1-19.
5. Fama, E. Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work // Journal of finance. Vol. 25 Issue 2, 1970, p 383-417.
6. Friedman, M. The Case for Flexible Exchange Rates // In: Milton Friedman, *Essays in Positive Economics*, pages 157–203. Chicago: University of Chicago Press, 1953.
7. Niederhoffer, V., and Osborne, M.F.M. Market Making and Reversal on the Stock Exchange // Journal of the American Statistical Association, vol. 61, 1966, p 897-916.
8. Samuelson, P. Proof that properly discounted present values of assets vibrate randomly // Bell Journal of Economics, 1973, vol. 4, issue 2, pages 369-374
9. Shleifer, A. *Inefficient Markets: An Introduction to Behavioral Finance* // Oxford: Oxford University Press. 2000.
10. Soros G. *The Alchemy of Finance. Reading the Mind of the Market* // John Wiley and Sons, Inc., 1987
11. Дамодаран А. Инвестиционная оценка: Инструменты и методы оценки любых активов. // пер. с англ. – 4-е изд. - М: Альпина Бизнес Букс, 2007
12. Ичкитидзе Ю.Р. Кредитный риск, как опцион Put которым владеет собственник фирмы. // Математическое моделирование в экономике и

управлении: сб. науч. тр. вып.1 / редкол. : В.Н. Соколов (отв. ред) [и др.] –
Спб.: СПбГИЭУ. 2006